

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1	ΤΟ ΣΥΝΟΛΟ ΤΩΝ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ	1
1.1	Βασικές έννοιες από τη Θεωρία Συνόλων	1
1.2	Οι ιδιότητες του \mathbb{R}	3
1.3	Το \mathbb{R} είναι ένα υπεραριθμήσιμο σύνολο.	4
1.4	Συνέπειες της πληρότητας του \mathbb{R}	10
1.5	Οριακά σημεία μιας ακολουθίας	13
1.6	Γενικευμένα όρια	15
1.7	Ανώτερα και κατώτερα όρια ακολουθίας	19
1.8	Ασκήσεις	22
2	ΜΕΤΡΙΚΟΙ ΧΩΡΟΙ	23
2.1	Η έννοια του μετρικού χώρου και του χώρου με νόρμα	23
2.2	Ανισότητες	31
2.3	Ανοικτά σύνολα-Κλειστά σύνολα	35
2.4	Υπόχωροι Μετρικών χώρων	43
2.5	Ισοδυναμία νορμών	45
2.6	Πληρότητα	47
2.7	Το Θεώρημα Baire	58
2.8	Συμπάγεια	60
2.9	Συνεκτικότητα	65
2.10	Ασκήσεις	68
3	ΣΥΝΕΧΕΙΑ	73
3.1	Ορισμός της συνέχειας μιας συνάρτησης	73
3.2	Συνέχεια και συμπάγεια	78
3.3	Συνέχεια και συνεκτικότητα	79
3.4	Ομοιόμορφη συνέχεια	81
3.5	Συναρτήσεις Lipschitz—Θεώρημα σταθερού σημείου	87
3.6	Ομοιομορφισμοί και Ισομετρίες	89
3.7	Συνεχείς συναρτήσεις σε χώρους με νόρμα	91
3.8	Ασκήσεις	94

4	ΑΚΟΛΟΥΘΙΕΣ ΚΑΙ ΣΕΙΡΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ	96
4.1	Ακολουθίες συναρτήσεων	96
4.2	Ομοιόμορφη σύγκλιση και συνέχεια	101
4.3	Ομοιόμορφη σύγκλιση και ολοκλήρωση	102
4.4	Ομοιόμορφη σύγκλιση και παραγωγή	108
4.5	Το θεώρημα Dini	110
4.6	Σειρές συναρτήσεων	111
4.7	Ασκήσεις	114
5	Ο ΧΩΡΟΣ ΤΩΝ ΣΥΝΕΧΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ	117
5.1	Ο χώρος των συνεχών συναρτήσεων ως μεταθετική άλγεβρα	117
5.2	Το θεώρημα του Weierstrass—Προσέγγιση με πολυώνυμα	119
5.3	Το θεώρημα Stone–Weierstrass	125
5.4	Ισοσυνέχεια και το θεώρημα Arzelà–Ascoli	128
5.5	Εφαρμογές του θεωρήματος Baire	131
5.6	Ασκήσεις	133
6	ΤΟ ΜΕΤΡΟ LEBESGUE	135
6.1	Εισαγωγή στην έννοια του μέτρου	135
6.2	Ιδιότητες του εξωτερικού μέτρου	138
6.3	Ιδιότητες του μέτρου Lebesgue	143
6.4	Ασκήσεις	150
7	ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ	155
7.1	Εισαγωγή	155
7.2	Μετρήσιμες συναρτήσεις	158
7.3	Απλές συναρτήσεις	165
7.4	Το ολοκλήρωμα απλών συναρτήσεων	169
7.5	Φραγμένες συναρτήσεις σε σύνολα πεπερασμένου μέτρου	173
7.6	Το ολοκλήρωμα μιας μη αρνητικής συνάρτησης	176
7.7	Το ολοκλήρωμα Lebesgue	180
7.8	Σύγκριση των ολοκληρωμάτων Riemann και Lebesgue	182
7.9	Οι χώροι L_p	185
7.10	Ασκήσεις	188
	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	191
	ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΕΛΛΗΝΙΚΩΝ ΟΡΩΝ	192
	ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΞΕΝΟΓΛΩΣΣΩΝ ΟΡΩΝ	197